

Часть 1

Ответом к каждому из заданий 1–11 является конечная десятичная дробь, целое число или последовательность цифр. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

1

Решите уравнение $x = \frac{-4x+18}{x-1}$.

Если уравнение имеет больше одного корня, в ответе запишите меньший из корней.

Ответ: _____.

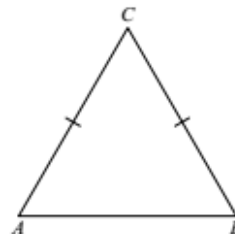
2

В среднем из 1500 садовых насосов, поступивших в продажу, 12 подтекают. Найдите вероятность того, что один случайно выбранный для контроля насос не подтекает.

Ответ: _____.

3

В треугольнике ABC известно, что $AC = BC = 15$, $\operatorname{tg} A = 2\sqrt{6}$. Найдите длину стороны AB .



Ответ: _____.

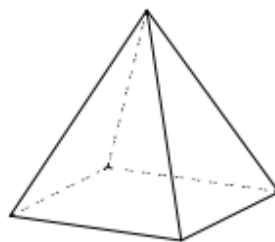
4

Найдите значение выражения $\frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}} - \frac{2\sqrt{x}}{x} - x + 3$ при $x = 2$.

Ответ: _____.

5

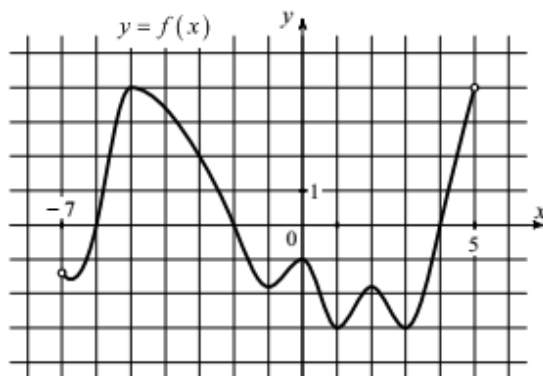
Стороны основания правильной четырёхугольной пирамиды равны 22, боковые рёбра равны 61. Найдите площадь поверхности этой пирамиды.



Ответ: _____.

6

На рисунке изображён график функции $y = f(x)$, определённой на интервале $(-7; 5)$. Найдите промежутки убывания функции $f(x)$. В ответе укажите длину наибольшего из них.



Ответ: _____.

7

В боковой стенке высокого цилиндрического бака у самого дна закреплён кран. После его открытия вода начинает вытекать из бака, при этом высота столба воды в нём меняется по закону $H(t) = at^2 + bt + H_0$, где H — высота столба воды в метрах, $H_0 = 6$ м — начальный уровень воды, $a = \frac{1}{72}$ м/мин² и $b = -\frac{2}{3}$ м/мин — постоянные, t — время в минутах, прошедшее с момента открытия крана. Сколько минут вода будет вытекать из бака?

Ответ: _____.

8

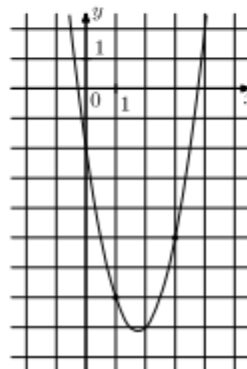
Имеется два сплава. Первый содержит 5 % никеля, второй — 30 % никеля. Из этих двух сплавов получили третий сплав массой 225 кг, содержащий 20% никеля. На сколько килограммов масса первого сплава была меньше массы второго?

Ответ: _____.

9

На рисунке изображён график функции

$f(x) = 2x^2 + bx + c$. Найдите $f(-3)$.



Ответ: _____.

10

Если шахматист А. играет белыми фигурами, то он выигрывает у шахматиста Б. с вероятностью 0,5. Если А. играет чёрными, то А. выигрывает у Б. с вероятностью 0,34. Шахматисты А. и Б. играют две партии, причём во второй партии играют фигурами другого цвета. Найдите вероятность того, что А. выиграет оба раза.

Ответ: _____.

11

Найдите наибольшее значение функции $y = x^3 - 2x^2 + x$ на отрезке $[-5; -2]$.

Ответ: _____.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 12–18 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

- 12** а) Решите уравнение $\frac{1}{\cos^2 x} + \sqrt{3}\operatorname{tg} x + \operatorname{tg}(2\pi - x) - \sqrt{3} - 1 = 0$.
- б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[2\pi; \frac{7\pi}{2}\right]$.
- 13** Точка S лежит вне плоскости прямоугольника $ABCD$. Известно, что $AB = 6\sqrt{21}$, $BC = 5$, $SA = 12$, $SB = 30$, $SD = 13$.
- а) Докажите, что прямая SA перпендикулярна плоскости ABC .
- б) Найдите расстояние от точки A до плоскости SCB .
- 14** Решите неравенство $\frac{x^3 + 6x^2 - 32}{x^2 + x - 12} \geq x - 2$.

- 15** В июле 2022 года планируется взять кредит в банке на четыре года в размере S млн рублей, где S — целое число. Условия его возврата таковы:
- каждый январь долг увеличивается на 12 % по сравнению с концом предыдущего года;
 - с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;
 - в июле каждого года долг должен составлять часть кредита в соответствии со следующей таблицей.

Месяц и год	Июль 2022	Июль 2023	Июль 2024	Июль 2025	Июль 2026
Долг (в млн рублей)	S	$0,9S$	$0,7S$	$0,4S$	0

Найдите наибольшее значение S , при котором каждая из выплат будет меньше 2 млн рублей.

16

Дан треугольник ABC . Точка O — центр вписанной в него окружности. На стороне BC отмечена такая точка M , что $CM = AC$ и $BM = AO$.

а) Докажите, что прямые AB и OM параллельны.

б) Найдите площадь четырёхугольника $ABMO$, если угол ACB прямой и $AC = 6$.

17

Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$x^2 - ax\sqrt{4 - 4x - x^2} + 2a^2 = 0$$

имеет хотя бы одно решение.

18

Юра записывает на доске n -значное натуральное число, не используя цифру 0. Затем он записывает рядом ещё одно число, полученное из исходного перемещением первой цифры на последнее место. (Например, если $n = 3$ и исходное число равно 123, то второе число равно 231.) После этого Юра находит сумму этих двух чисел.

а) Может ли сумма чисел на доске равняться 2640, если $n = 4$?

б) Может ли сумма чисел на доске равняться 25 795, если $n = 5$?

в) При $n = 6$ оказалось, что сумма чисел делится на 33. Сколько натуральных чисел от 525 111 до 525 799, которые Юра мог выбрать в качестве исходного числа?